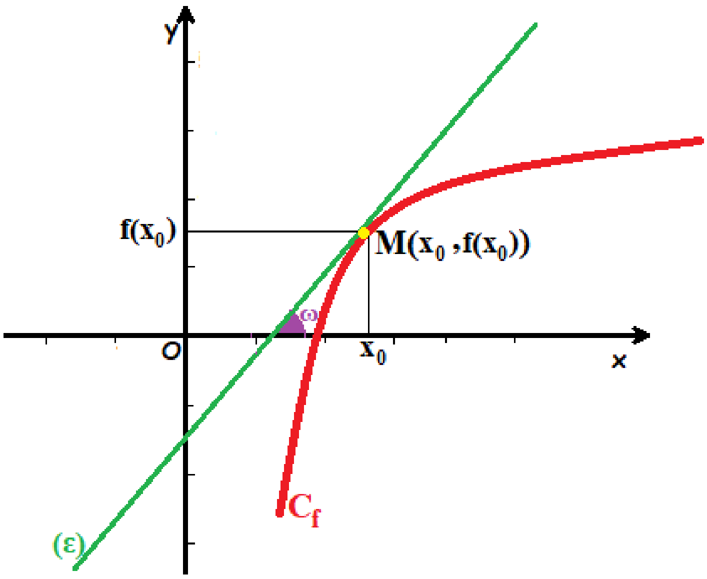
Λιγη Θεωρια

Στο διπλανό σχέδιο βλέπουμε:



- την γρ. παράσταση (C_f) της συνάρτησης **y=f(x)**
- την γρ. παράσταση της ευθεία **(ε):y = αx + β**, η οποία είναι εφαπτόμενη της C_f στο σημείο **M(x0,f(x0))**.
- Την γωνία **ω** της ευθείας **(ε)** μα τον $x^{/}x$

και συμπεραίνουμε:

- Ο συντελεστής διεύθυνσης (λ) ή κλίση της ευθείας (ε) ισούται: $\lambda = \alpha = \varepsilon\varphi\omega = f^{/}(x_0)$
- Η κλίση της C_f στο M ή η κλίση της f στο x_0 ισούται με το $f^{/}(x_0)$.
- Η εξίσωση της εφαπτόμενης ευθείας (ε) της C_f στο σημείο $M(x_0,f(x_0))$ δίνεται από τον τύπο:

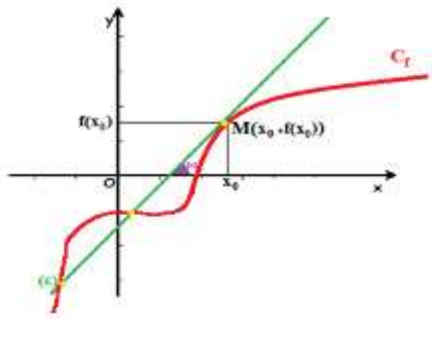
$$(\varepsilon):\ y - f(x_0) = f^{/}(x_0)\,(x - x_0)$$

- Το σημείο $M(x_0,f(x_0)$ λέγεται **σημείο επαφής** και είναι **κοινό** σημείο και της **(ε)** και της C_f.

Παρατηρήσεις.

1. >Γωνία ω και πρόσημο παραγώγου:
   - $f'(x_0) > 0 \Leftrightarrow \omega: o\xi\varepsilon\acute{\iota}\alpha$
   - $f'(x_0) < 0 \Leftrightarrow \omega: \alpha\mu\beta\lambda\varepsilon\acute{\iota}\alpha$
   - $f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow \omega = 0$

2. Η εφαπτόμενη της γραφικής παράστασης μια συνάρτησης f στο σημείο $M(x_0,f(x_0)$ μπορεί να έχει με την C_f και άλλα κοινά σημεία.



Μεθοδολογια

Περίπτωση 1η.

Το πρόβλημα	Η απάντηση
Να βρεθούν τα **σημεία** της γρ. παράστασης της ***f*** **(*Cf*)**, στα οποία η εφαπτόμενη έχει **συντελεστή διεύθυνσης (κλίση) λ**	Λύνω την εξίσωση **$f'(x)$ = λ**

Περίπτωση 2η.

Το πρόβλημα	Η απάντηση
Να βρεθούν τα **σημεία** της γρ. παράστασης της ***f*** **(C_f)**, στα οποία η εφαπτόμενη ευθεία είναι **παράλληλη** στο άξονα $x'x$	Λύνω την εξίσωση **$f'(x)$ = 0**

Περίπτωση 3η.

Το πρόβλημα	Η απάντηση
Να βρεθούν τα **σημεία** της γρ. παράστασης της ***f*** **(C_f)**, στα οποία η εφαπτόμενη ευθεία είναι **παράλληλη** στην ευθεία (ε): y = **α**x + β.	Λύνω την εξίσωση **$f'(x)$ = α**

Περίπτωση 4η.

Το πρόβλημα	Η απάντηση
Να βρεθούν τα **σημεία** της γρ. παράστασης της ***f*** **(C_f)**, στα οποία η εφαπτόμενη ευθεία είναι **κάθετη** στην ευθεία (ε): y = **α**x + β.	Λύνω την εξίσωση **$f'(x) \cdot α = -1$**

Περίπτωση 5η.

Το πρόβλημα	Η απάντηση
Να βρεθούν τα **σημεία** της γρ. παράστασης της ***f*** **(C_f)**, στα οποία η εφαπτόμενη ευθεία σχηματίζει με τον άξονα Ox **γωνία ω**.	Λύνω την εξίσωση **$f'(x)$ = εφω**

Περίπτωση 6η.

Το πρόβλημα	Η απάντηση
Να βρεθούν τα **σημεία** της γραφικής παράστασης της ***f*** **(C_f)**, στα οποία η εφαπτόμενη ευθεία διέρχεται από το **σταθερό σημείο Κ(α,β)**.	Σχηματίζω τη εξίσωση της εφαπτόμενης στο τυχαίο σημείο $A(x_0,f(x_0))$, η οποία δίνεται από τον τύπο: **(ε): $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$**. Θέτω x=α και y = β και λύνοντας την προηγούμενη εξίσωση βρίσκω το **x_0** το οποίο είναι η τετμημένη του σημείου επαφής.

Περίπτωση 7η.

Το πρόβλημα	Η απάντηση
Δίνεται οι συναρτήσεις f(x) και g(x). Να βρεθούν (αν υπάρχουν) οι **κοινές** τους **εφαπτόμενες** στα **κοινά τους** σημεία.	Λύνω το σύστημα $\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases}$

Περίπτωση 8η.

Το πρόβλημα	Η απάντηση
Δίνεται οι συναρτήσεις f(x) και g(x). Να βρεθούν (αν υπάρχουν) οι **κοινές** τους **εφαπτόμενες** σε **μη κοινά τους** σημεία.	Έστω $A(x_1,f(x_1))\in C_f$ και $B(x_2,f(x_2))\in C_g$. Σχηματίζουμε τις εξισώσεις των ευθειών $(ε_A)$:$y=f'(x_1)(x-x_1)+f(x_1)$ και $(ε_B)$:$y=g'(x_2)(x-x_2)+g(x_2)$ οι οποίες γράφοντα: $(ε_A)$:$y=f'(x_1)x- f'(x_1)x_1+f(x_1)$ και $(ε_B)$:$y=g'(x_2)x- g'(x_2)x_2+g(x_2)$ Έτσι καταλήγουμε στο σύστημα: $\begin{cases} f'(x_1) = g'(x_2) \\ -f'(x_1)x_1 + f(x_1) = -g'(x_2)x_2 + g(x_2) \end{cases}$