

Θέμα 2000.

Θέμα 2001.

Θέμα 2002. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^{x+1}}$ ,  $x \in \mathbb{R}$

1. Να δείξετε ότι η  $f$  αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφη συνάρτηση  $f^{-1}$  Μονάδες 10

2. Να δείξετε ότι η εξίσωση  $f^{-1}(x) = 0$  έχει μοναδική ρίζα το μηδέν Μονάδες 5

3. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα  $I = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f^{-1}(x) dx$  Μονάδες 10

Θέμα 2003.

Θέμα 2004. Θεωρούμε τη συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = 2^x + m^x - 4^x - 5^x$  όπου  $m \in \mathbb{R}$ ,  $m > 0$

1. Να βρείτε τον  $m$  ώστε  $f(x) \geq 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  Μονάδες 13

2. Αν  $m = 10$ , να υπολογισθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της  $f$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες  $x = 0$  και  $x = 1$  Μονάδες 12

Θέμα 2005.

Θέμα 2006. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1 + e^x}{1 + e^{x+1}}$ ,  $x \in \mathbb{R}$

1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία της στο  $\mathbb{R}$  Μονάδες 9

2. Για κάθε  $x < 0$  να αποδείξετε ότι:  $f(5^x) + f(7^x) < f(6^x) + f(8^x)$  Μονάδες 7

Θέμα 2007. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu 3x}{x}, & x < 0 \\ x^2 + ax + \beta \sigma\upsilon\nu x, & x \geq 0 \end{cases}$

1. Να αποδειχθεί ότι  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 3$  Μονάδες 8

2. Αν  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$  και η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο σημείο  $x_0 = 0$ , να αποδειχθεί ότι  $\alpha = \beta = 3$ .

Μονάδες 9

3. Αν  $\alpha = \beta = 3$ , να υπολογισθεί το ολοκλήρωμα  $\int_0^{\pi} f(x) dx$  Μονάδες 8

Θέμα 2008.

Θέμα 2009.

Θέμα 2010.

Θέμα 2011.

Θέμα 2012.

Θέμα 2013.

Θέμα 2014.

Θέμα 2015.