

1. Να βρεθεί η σύνθεση των συναρτήσεων

i. $f(x) = \sqrt{x-1}, g(x) = \sqrt{1-x^2}$

ii. $f(x) = \frac{1-2x}{3x-1}, g(x) = \frac{2x}{x-2}$

iii. $f(x) = \frac{e^x}{e^{x-1}}, g(x) = \ln(x-1)$

iv. $f(x) = \sqrt{3-2x-x^2}, g(x) = 2\eta\mu x - 1$

2. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ και $g(x) = \frac{1+x}{1-x}$.

i. Να οριστούν οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$.

ii. Να δείχθει ότι $(f \circ g)(x) \cdot (g \circ f)(x) = -1$ για κάθε $x \neq -1, 0, 1$.

3. Να βρείτε συνάρτηση f τέτοια ώστε να ισχύει:

i. $(f \circ g)(x) = 4x^2 - 14x + 13$ αν $g(x) = 2x - 3$

ii. $(g \circ f)(x) = 2|\varepsilon\varphi x|$ αν $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$.

4. Από ποιες συναρτήσεις συντίθενται οι παρακάτω συναρτήσεις:

i. $f(x) = \sqrt{\eta\mu x}$

ii. $f(x) = e^{3x^2 - 2x - 5}$

iii. $f(x) = \ln^3 x$

iv. $f(x) = \eta\mu\sqrt{x}$

v. $f(x) = \sqrt{2\eta\mu^2 x - \eta\mu x + 1}$

vi. $f(x) = \ln^2 \sqrt{e^x}$

5. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, η οποία είναι γνησίως μονότονη στο \mathbb{R} και επιπλέον διέρχεται από τα σημεία $A(2,5)$ και $B(1,2)$.

i. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

ii. Να αποδείξετε ότι η f είναι 1-1.

iii. Να λύσετε την εξίσωση $f(f(\eta\mu x)) = 5$

6. Δίνεται οι συναρτήσεις $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ οι οποίες είναι γνησίως φθίνουσες στο \mathbb{R} . Να αποδείξετε ότι η $f \circ g$ είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .