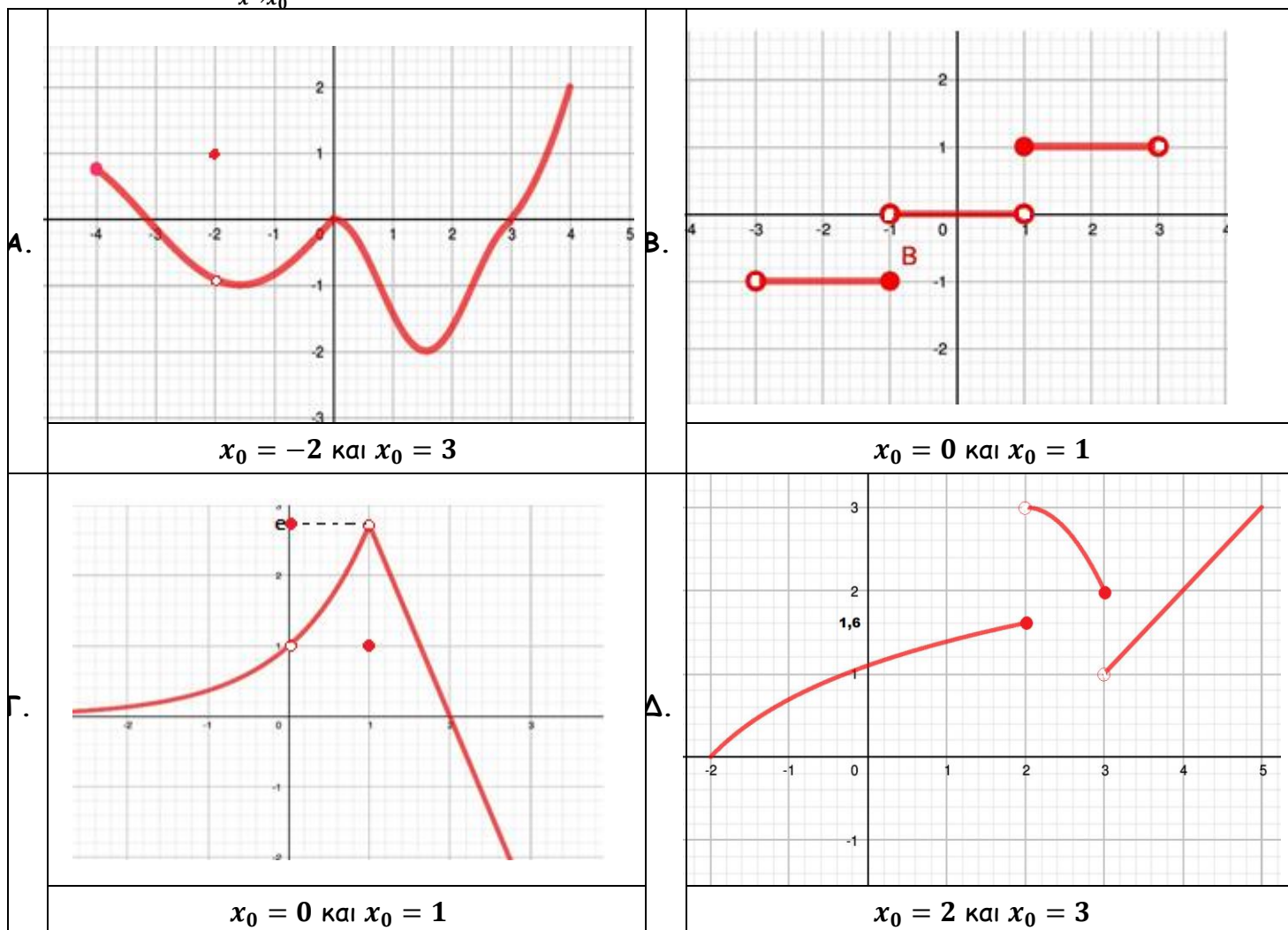
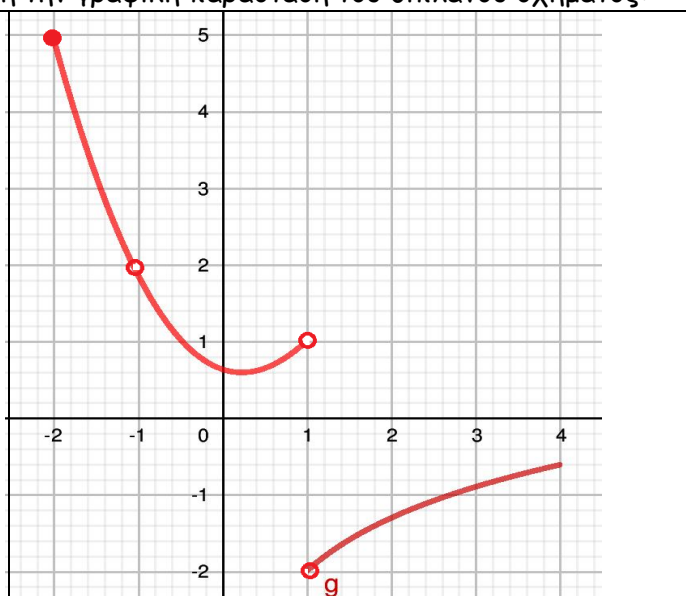


1. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και το $f(x_0)$ (αν υπάρχουν), όταν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι:



2. Να βρείτε (αν υπάρχουν) τα παρακάτω όρια, με βάση την γραφική παράσταση του διπλανού σχήματος:

- i. $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$
- ii. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$
- iii. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$
- iv. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$
- v. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
- vi. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$



3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ):

- i. Το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ έχει έννοια μόνο αν το $x_0 \in D_f$.
- ii. Το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ (αν υπάρχει) είναι μοναδικό.
- iii. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - l) = 0$
- iv. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h) = l$
- v. Αν η συνάρτηση f ορίζεται στο διάστημα $(x_0, +\infty)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$
- vi. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ για κάθε $x \in D_f$.
- vii. Αν υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x))$ τότε αναγκαστικά θα υπάρχουν και τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$
- viii. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = l > 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ ή $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -l$
- ix. Ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$

4. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω σχέσεις:

- i. Αν $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = -13$ τότε $\lim_{x \rightarrow 5} (f(x) \quad) = \quad$
- ii. Αν $\lim_{x \rightarrow -9} f(x) = 8$, τότε $f(x) \quad 0$ κοντά στο \quad
- iii. Αν $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 3$ και $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 3$ και $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ κοντά στο -1 , τότε $\lim_{x \rightarrow -1} h(x) = \quad$
- iv. Αν $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -4$ και $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 5$ τότε
 - a. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{g(x) - f(x)} = \quad$
 - b. $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x))^2 = \quad$
 - c. $\lim_{x \rightarrow 2} (g^2(x)) = \quad$
- v. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x} = \quad$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 13x}{x} = \quad$ $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\eta\mu(x-\pi)}{x-\pi} = \quad$
- vi. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu 2x) = \quad$ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \left(\eta\mu \frac{5x}{2} + \sigma\upsilon\nu 2x \right) = \quad$

5. Αν το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 3$, το $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -2$ και το $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = 1$ τότε να βρεθούν τα παρακάτω όρια:

- i. $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x) - h(x))$
- ii. $\lim_{x \rightarrow x_0} (3f(x) - g(x)h(x))$
- iii. $\lim_{x \rightarrow x_0} (\sqrt{f(x) + h(x)})$
- iv. $\lim_{x \rightarrow x_0} |g(x) - 2h(x)|$
- v. $\lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f(x)}{h(x)} \right)$
- vi. $\lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{2f(x) + 3g(x)}{5h(x) - 6} \right)$

6. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση στις παρακάτω περιπτώσεις:

i. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = m \in \mathbb{R}$ και $f(x) > g(x)$ κοντά στο x_0 τότε

- A. $l > m$
- B. $l < m$
- Γ. $l = m$
- Δ. $l \geq m$
- Ε. $l \leq m$

ii. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = m \in \mathbb{R}$ και $l < m$ τότε κοντά στο x_0 ισχύει:

- A. $f(x) \geq g(x)$
- B. $f(x) > g(x)$
- Γ. $f(x) = g(x)$
- Δ. $f(x) \leq g(x)$
- Ε. $f(x) < g(x)$

7. Να χαράξετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης f και με την βοήθεια της να βρείτε, εφόσον υπάρχει, το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ όταν:

i. $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x + 1}, x_0 = -1$

ii. $f(x) = x - \frac{\sqrt{x^2}}{x}, x_0 = 0$

iii. $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1, & x \leq 1 \\ (x - 1)^2, & x > 1 \end{cases}$

iv. $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ -x + 2, & x > 0 \end{cases}$

8. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια.

i. $\lim_{x \rightarrow -1} (2x^3 - x^2 + 5x - 7)$

ii. $\lim_{x \rightarrow 0} [(e^x - 1)(\sqrt{x + 4} - 3)]$

iii. $\lim_{x \rightarrow -3} |2x - 9|$

iv. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 2}}{|1 - 2x|}$

v. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{5}{x^2 - 2} - \frac{2x}{x + 2} \right)$

vi. $\lim_{x \rightarrow e} (\ln x^2 - 1)$

vii. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (2\eta\mu x^2 - \sigma\upsilon\nu 2x)$

viii. $\lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{\eta\mu \frac{x}{2} + 1}{\sigma\upsilon\nu x + 2}$

ix. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x + 1} - \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x} \right)$

9. Να εξετάσετε αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ στις παρακάτω περιπτώσεις.

i. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, & x \leq 0 \\ e^x + 1, & x > 0 \end{cases}$ και $x_0 = 0$

ii. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3}{x + 1}, & x < 1 \\ \frac{2}{x}, & x = 1 \\ \sqrt{x^2 + 3} - 2x, & x > 1 \end{cases}$ και $x_0 = 1$

iii. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 5}, & x < -2 \\ \eta\mu(\pi x) - 2x, & -2 \leq x \leq 2 \\ \ln(3 - x) + 2, & x > 2 \end{cases}$ και $x_0 = -2$ και $x_0 = 2$

10. Να εξετάσετε πια από τα παρακάτω όρια έχουν νήμα.

i. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x), D_f = [0, 5]$

ii. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x), D_f = (0, 3) \cup (3, +\infty)$

iii. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x), D_f = (-2, 7]$

iv. $\lim_{x \rightarrow 5} f(x), D_f = (-5, 4] \cup \{5\}$

v. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x), D_f = [0, 3]$

vi. $\lim_{x \rightarrow 4} f(x), D_f = (0, 3) \cup (5, 10)$

vii. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x), D_f = \mathbb{R}^*$

viii. $\lim_{x \rightarrow e} f(x), D_f = (\pi, +\infty)$

