Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(1 - e^x)$.

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.
2. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.
3. Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφετε και να βρείτε την αντιστροφή της f^{-1}.
4. Να αποδείξετε ότι $f^{-1}(x) < 0$ για κάθε $x < 0$
5. Να βρείτε το **πλήθος** των λύσεων των εξισώσεων:
   i. $f^{-1}(x) = -\sqrt{\pi}$
   ii. $f(x) = 0$
   iii. $f^{-1}(x) = k$ με $k \in (-\infty, 0)$