

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln|x|$ .

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .
2. Να γράψετε τον τύπο της  $f$  χωρίς απόλυτο.
3. Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι άρτια συνάρτηση.
4. Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $(-\infty, 0)$  και γνησίως αύξουσα στο  $(0, +\infty)$ .
5. Να λύσετε τις εξισώσεις  $f(x) = 0$  και  $f(x) = 1$ .
6. Να χαράξετε την γραφική της παράσταση στο παρακάτω σύστημα αξόνων  $xOy$ .
7. Με βάση την γραφική παράσταση
  - i. Να βρείτε το σύνολο τιμών  $f(A)$ .
  - ii. Να επαληθεύσετε το ερώτημα 3, δηλαδή ότι η  $f$  είναι άρτια συνάρτηση.
  - iii. Να δικαιολογήσετε ότι η εξίσωση  $f(x) = k$  με  $k \in \mathbb{R}$  έχει 2 ακριβώς λύσεις για κάθε  $k \in \mathbb{R}$ .

