

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(1 - \ln x)$

- i. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της.
- ii. Να βρεθεί η μονοτονία της.
- iii. Να αποδειχθεί ότι είναι αντιστρέψιμη
- iv. Να βρεθεί η αντίστροφή της.

2. Έστω οι συναρτήσεις $f(x) = 1 - \ln x$ και $g(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$.

- i. Να δείξετε ότι η g είναι $1 - 1$.
- ii. Να βρείτε την g^{-1} .
- iii. Να βρείτε τη συνάρτηση $g^{-1} \circ f$.
- iv. Να λύσετε τη ανίσωση $g^{-1}(f(x)) > 0$.

3. Η γραφική παράσταση μιας γνησίως μονότονης συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ διέρχεται από τα σημεία $A(3,2), B(5,9)$.

- i. Βρείτε το είδος μονοτονίας της f .
- ii. Εξετάστε αν ορίζεται η f^{-1} .
- iii. Λύστε τη εξίσωση $f(2 + f^{-1}(x^2 + x)) = 9$.
- iv. Λύστε την ανίσωση $f(f^{-1}(x^2 - 8x) - 2) < 2$.

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{x}{x-1}$, $x > 1$.

- i. Να αποδειχθεί ότι είναι συνάρτηση $1 - 1$.
- ii. Να οριστεί η αντίστροφή της.